

# Análisis de componentes principales aplicado al proceso de reconocimiento de objetos 3D bajo rotación

Manuel Ornelas, Valentín Calzada, Hector Puga, Raúl Santiago y Martín Carpio

División de Estudios de Posgrado e Investigación, Instituto Tecnológico de León,  
León Guanajuato, México  
valecalzada@hotmail.com

**Resumen** El presente trabajo propone un método para caracterizar y reconocer objetos 3D, basado en la identificación de patrones obtenidos a partir del análisis de la deformación de una línea de luz láser proyectada sobre un objeto en rotación, sin necesidad de una reconstrucción tridimensional. Las imágenes de líneas de luz láser fueron capturadas mediante una cámara CCD, posteriormente se pre-procesaron y segmentaron. Durante el proceso de caracterización se obtuvieron vectores característicos de dimensión  $\mathbb{R}^{144}$ , por lo que se realizó un análisis de componentes principales para reducirlos a  $\mathbb{R}^{65}$ . Al final, los procesos de reconocimiento de patrones se llevaron a cabo mediante los algoritmos K-Nearest Neighbor, Naïve Bayes y una Red Neuronal Artificial feedforward, en donde se utilizó la validación cruzada para comparar el desempeño de cada uno, utilizando como instancias de prueba la base de datos original y la reducida por el análisis de componentes principales, logrando porcentajes de exactitud superiores al 88 %.

**Palabras clave:** visión por computadora, reconocimiento de patrones, luz estructurada, análisis de componentes principales, momentos invariantes de Hu, medidas de compacidad.

## 1. Introducción

En la actualidad, existen una gran cantidad de técnicas para reconstruir o reconocer objetos 3D a partir del análisis de imágenes bidimensionales, técnicas abordadas por un área de investigación llamada visión por computadora. Una de estas técnicas hace uso de los sistemas de luz estructurada, en donde se realizan proyecciones de franjas o de luz láser para analizar y caracterizar las superficies de los objetos bajo estudio [1-12].

En este artículo se propone un método para caracterizar y reconocer objetos tridimensionales rotados, a partir del análisis de la deformación de una línea de luz láser proyectada sobre la superficie de los mismos. Por medio de una cámara CCD se realiza la captura de imágenes de una línea vertical de luz láser proyectada en distintas posiciones del objeto en rotación. Cada imagen es pre-procesada y segmentada mediante técnicas de procesamiento de imágenes. Para la caracterización se utilizan descriptores de forma, como las medidas de compacidad y los momentos invariantes de Hu, con los cuales se definen los vectores característicos que describen el objeto. Estos vectores resultantes son de una dimensión considerable, por lo que se realiza un análisis de componentes principales para su reducción, con la finalidad de disminuir el coste

computacional que implica el procesamiento de los mismos. Para el proceso de reconocimiento se utilizan clasificadores supervisados, tales como K-Nearest Neighbor y Naïve Bayes, así como el uso de una Red Neuronal Artificial feedforward con su entrenamiento por backpropagation. Al final, se compara el desempeño de los algoritmos mediante el uso de la validación cruzada, utilizando como instancias de prueba la base de datos con los vectores característicos originales y la base de datos con los vectores reducidos por medio del análisis de componentes principales.

El presente artículo se encuentra organizado de la siguiente manera: En la segunda sección se exponen los conceptos teóricos y las herramientas utilizadas durante el desarrollo de la investigación, en la tercera sección se muestra una descripción general del método empleado, en la cuarta sección se muestra el proceso y desarrollo utilizado, en la quinta sección los resultados obtenidos y para finalizar, en la sexta sección las conclusiones.

## 2. Conceptos teóricos

La visión por computadora es un área de investigación en la cual, uno de sus objetivos, es modelar computacionalmente los procesos de percepción visual en los seres vivos, de manera que permitan simular estas capacidades visuales a través de una computadora mediante el uso de imágenes digitales. Dentro del campo de la visión por computadora existen diversas técnicas que son empleadas con éxito en numerosas aplicaciones, entre ellas se encuentran los sistemas de luz estructurada, cuya geometría básica es una triangulación.

A continuación se exponen algunos conceptos teóricos usados en este trabajo.

### 2.1. Segmentación

La segmentación de una imagen consiste en simplificar y/o cambiar su representación en otra más significativa y más fácil de analizar. El método de segmentación utilizado en esta investigación es el de Otsu, que se fundamenta en la técnica del análisis discriminante al maximizar alguna medida que permita separar clases: la de los objetos y la del fondo [13].

### 2.2. Caracterización

El objetivo de la caracterización es encontrar una representación cuantitativa de una imagen, que sea analizable a través de una computadora [14]. Los descriptores utilizados para caracterizar las imágenes en este trabajo son los momentos invariantes de Hu y las medidas de compacidad, los cuales se describen a continuación.

**Momentos invariantes de Hu:** Hu definió 7 momentos capaces de medir la dispersión de pixeles en una imagen digital. Estos momentos se mantienen invariantes ante rotaciones, traslaciones y cambios de escalas en los objetos representados por regiones binarias en una imagen [15].

**Compacidades:** La compacidad es un parámetro cuantitativo de la forma y se calcula mediante la interacción entre el área ( $n$ ) y perímetro ( $P$ ) de una imagen digital [16]. Las medidas de compacidad empleadas son:

1. **Compacidad clásica:**

$$Cc = \frac{\text{perímetro}^2}{\text{área}} . \quad (1)$$

2. **Compacidad discreta normalizada:**

$$C_{DN} = \frac{C_D - C_{D_{min}}}{C_{D_{max}} - C_{D_{min}}} . \quad (2)$$

donde

$$C_D = \frac{4n-P}{2}; C_{D_{min}} = n - 1; C_{D_{max}} = \frac{4n-4\sqrt{n}}{2} .$$

3. **Factor E:**

$$\text{Factor}_E = \frac{2P}{4n - P} . \quad (3)$$

4. **Factor E normalizado:**

$$\text{Factor}_{EN} = \frac{P}{4\sqrt{n}} . \quad (4)$$

5. **Peura:**

$$\text{Peura} = \frac{P_{circulo}}{P_{forma}} . \quad (5)$$

Peura relaciona la silueta del objeto digital y lo compara con un círculo. Este círculo está determinado por el área de la silueta del objeto [17].

### 2.3. Enfoques de reconocimiento de patrones

El reconocimiento de patrones es la asignación de una etiqueta a un determinado valor de entrada. Un ejemplo de reconocimiento de patrones es la clasificación, que pretende asignar cada valor de entrada a uno de un conjunto dado de clases. Para realizar los procesos de clasificación, existen diferentes algoritmos clasificadores supervisados, como el K-Nearest Neighbor y el Naïve Bayes. Otro enfoque de reconocimiento de patrones son las Redes Neuronales Artificiales feedforward con su entrenamiento por backpropagation, las cuales tratan de emular el comportamiento biológico del cerebro, a través de una interconexión de neuronas artificiales que simulan el proceso de sinapsis.

**K-Nearest Neighbor:** Consideremos  $m$  clases  $\{C_i\}_{i=1}^m$  y un conjunto  $N$  de patrones de muestra  $\{y_i\}_{i=1}^N$ , cuya clasificación es conocida a priori. Sea  $x$  un patrón arbitrario entrante, el enfoque de Nearest Neighbor (vecino mas cercano) asigna a  $x$  a la clase donde el patrón se encuentra más cerca del conjunto  $\{y_i\}_{i=1}^N$ , es decir, si

$$\|x - y_j\| = \min_{1 \leq i \leq N} \|x - y_i\| . \quad (6)$$

entonces  $x \in C_j$ . Este esquema es básicamente otro tipo de clasificación por mínima distancia, se puede modificar mediante la consideración de los  $k$  vecinos más cercanos a  $x$  y el uso de un clasificador tipo regla-mayoritaria [18].

**Naïve Bayes:** Consideremos un número finito de clases  $\{C_1, C_2, \dots, C_m\}$  y un vector característico  $x$  en  $R^n$ . Cada componente de este vector es una característica escalar significativa de  $C_i$ ,  $1 \leq i \leq m$ . El vector característico es una variable aleatoria dada una distribución de probabilidad condicional  $p(x|C_i)$ ,  $1 \leq i \leq m$ . Si denotamos a  $p(x|C_i)$  como la probabilidad a priori que tiene un patrón entrante de pertenecer a una clase  $C_i$ , entonces la probabilidad a posteriori de este patrón con un vector característico adjunto  $x$  para pertenecer a  $C_i$ , está dada por la siguiente fórmula de Bayes:

$$p(C_i|x) = \frac{p(C_i)p(x|C_i)}{p(x)}, 1 \leq i \leq m . \quad (7)$$

donde

$$p(x) = \sum_{i=1}^m p(C_i)p(x|C_i) . \quad (8)$$

es la probabilidad de distribución de  $x$  [18].

**Red Neuronal Artificial- Backpropagation:** El método backpropagation es un algoritmo de entrenamiento de redes neuronales artificiales que aplica el método de descenso de gradiente para minimizar un error producido por una red neuronal. El entrenamiento de la red consiste en una retropropagación que consta de las siguientes etapas:

1. Alimentar la entrada con un patrón de entrenamiento en la red neural.
2. Análisis del error en la retropropagación.
3. Actualización de los pesos.

Este proceso se repite, capa por capa, hasta que todas las neuronas de la red hayan recibido una señal de error que describa su contribución relativa al error total [19].

## 2.4. Análisis de Componentes Principales

El análisis de componentes principales (ACP) es una técnica utilizada para reducir la dimensionalidad de un conjunto de datos. Intuitivamente la técnica sirve para hallar las causas de la variabilidad de un conjunto de datos y ordenarlas por importancia.

Formalmente, supongamos que existe una muestra con  $n$  individuos para cada uno de los cuales se han medido  $m$  variables (aleatorias). El ACP permite encontrar un número de factores subyacentes  $p < m$  que explican aproximadamente el valor de las  $m$  variables para cada individuo. El hecho de que existan estos  $p$  factores subyacentes puede interpretarse como una reducción de la dimensionalidad de los datos, donde antes necesitábamos  $m$  valores para caracterizar a cada individuo ahora nos bastan  $p$  valores. Cada uno de los  $p$  valores encontrados se llama componente principal, de ahí el nombre del método.

Existen dos formas básicas para aplicar el ACP, la primera es utilizando la matriz de correlación cuando los datos no son dimensionalmente homogéneos o el orden de magnitud de las variables aleatorias medidas no es el mismo. La segunda, es utilizando la matriz de covarianzas cuando los datos son dimensionalmente homogéneos y presentan valores medios similares [22].

### 3. Descripción general del método

Sabemos por los procesos de reconstrucción tridimensional [20], que existe información en las líneas de luz láser proyectadas sobre superficies de objetos; este trabajo propone un método de análisis de la deformación de esas líneas de luz, para realizar reconocimiento de objetos, sin necesidad de una reconstrucción tridimensional. En primera instancia, se obtiene una imagen de la proyección de la línea de luz láser por medio de una cámara CCD, obteniendo una representación bidimensional de una pequeña porción del objeto en una posición inicial. Para obtener la representación total del objeto, se hace un barrido o escaneo mediante la rotación del mismo, en donde se realiza una captura de la línea vertical de luz láser cada  $30^\circ$ . Así, por cada objeto se obtienen un conjunto de 12 líneas que corresponden a los  $360^\circ$  que conforman la rotación completa del mismo. Una vez obtenido el conjunto de imágenes por objeto, se realiza el pre-procesamiento y la segmentación de cada una de éstas. Posteriormente se hace la caracterización de cada una de imágenes de líneas de luz y se genera un vector característico por objeto. Los descriptores utilizados para generar el vector característico (patrón) son los siete momentos invariantes de Hu y cinco medidas de compacidad, las cuales son: Compacidad clásica, Compacidad discreta normalizada, Factor E, Factor E Normalizado y Peura. Una vez obtenido el conjunto de vectores característicos de todos los objetos, se realiza un análisis de componentes principales para reducir la dimensionalidad de los mismos. Al final, se analiza el conjunto de vectores mediante el uso de diferentes enfoques de reconocimiento de patrones, como clasificadores supervisados y redes neuronales artificiales.

### 4. Desarrollo

Las ocho clases de objetos utilizadas para realizar el proceso de reconocimiento son: botellas, figurillas (porcelana), huevos, manzanas, piedras, plátanos, tazas y vasos. Cada clase está conformada por 15 objetos del mismo tipo, pero de diferentes tamaños y forma, obteniendo una población total de 120 objetos a analizar.

#### 4.1. Captura de imágenes

Este proceso consiste en la captura, mediante una cámara CCD, de las imágenes de líneas de luz láser proyectadas sobre los objetos de estudio. Para ello se realiza un sistema de triangulación [21] en los que interactúan objeto, láser y cámara (Figura 1).

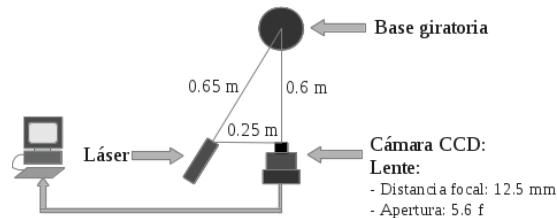
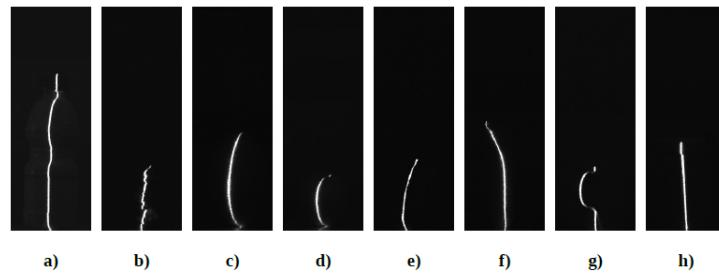


Figura 1. Diagrama del sistema de adquisición de imágenes

Durante este proceso, se realiza la proyección de una línea vertical de luz láser sobre la superficie del objeto colocado en la base giratoria. Dada la proyección de la luz, se hace un barrido del objeto mediante la rotación de los 360° de la base, en donde cada 30° se realiza una captura de la linea de luz láser a través de la cámara CCD, obteniendo un conjunto de 12 imágenes por objeto en cada barrido. En total se realizó el mismo barrido a 120 objetos, dando un total de 1440 imágenes para procesar.

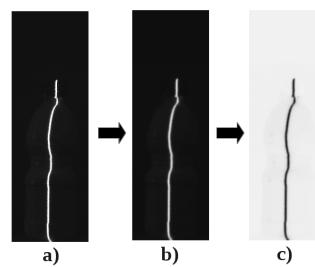
En la Figura 2, se muestran imágenes capturadas de líneas de luz proyectadas sobre objetos de diferentes clases.



**Figura 2.** Imágenes representativas de la línea de luz proyectada sobre objetos de cada clase: a) Botella, b) Figurilla, c) Huevo, d) Manzana, e) Piedra, f) Plátano, g) Taza, h) Vaso

#### 4.2. Pre-procesamiento de imágenes

El siguiente paso consiste en aplicar un suavizado gaussiano a cada imagen, con la finalidad de eliminar pixeles ruidosos que puedan alterar la continuidad de la línea de luz capturada. Ya que las líneas de luz láser son de color blanco en las imágenes (Figura 2), por preferencia se invierte la imagen para facilitar el procesamiento de los algoritmos de caracterización implementados. Este proceso se muestra en la Figura 3.



**Figura 3.** Proceso de pretratamiento de imágenes: a) Imagen Original, b) Imagen tratada con un filtro Gaussiano, c) Imagen invertida o negativo

### 4.3. Proceso de segmentación

La segmentación se realiza mediante la binarización por el método de Otsu, que a pesar de ser un algoritmo básico, realiza una correcta segmentación de las imágenes. En la Figura 4, se muestra el resultado de la segmentación de una línea de luz.



**Figura 4.** Línea segmentada mediante el método de Otsu

Para el conjunto de imágenes tratadas, los umbrales calculados por Otsu oscilan entre 160 y 170, en un rango de 0 a 255 niveles de gris.

### 4.4. Proceso de caracterización

Este proceso consiste en el cálculo de los descriptores que representarán las líneas de luz de una manera vectorial (patrón) para el posterior análisis mediante técnicas de Reconocimiento de Patrones. El vector para una línea, está conformado por 12 descriptores  $d_n$ , los cuales son los siete momentos invariantes de Hu y cinco medidas de compacidad. Así, para representar la primera línea ( $l_1$ ) perteneciente a la imagen en la posición inicial ( $0^\circ$ ) de cada objeto, se tiene un vector similar al siguiente:

$$\vec{l}_1 = [d_1, d_2, d_3, \dots, d_{12}] . \quad (9)$$

El vector que representa la línea 1 ( $\vec{l}_1$ ) es de dimensión  $\mathbb{R}^{12}$ . Para obtener el vector característico ( $Vc$ ) de todo el objeto, se concatenan los vectores de las 12 líneas:

$$\vec{Vc} = \vec{l}_1 + \vec{l}_2 + \vec{l}_3 + \dots + \vec{l}_{12} . \quad (10)$$

En total se tienen un conjunto de 120 vectores característicos (15 por clase), cada uno de dimensión  $\mathbb{R}^{144}$ , y todos se almacenan en una base de datos, en donde a cada vector se le asigna una etiqueta de la clase a la que pertenece.

### 4.5. Proceso de ACP

Debido a que la dimensionalidad del vector característico por objeto es de  $\mathbb{R}^{144}$ , se realizó un análisis de componentes principales a toda la base de datos, con la finalidad de reducir su dimensionalidad [22]. El primer paso es obtener la matriz de correlación  $R$  de la base de datos a analizar, ya que el orden de magnitud de los descriptores utilizados

para caracterizar los objetos no es el mismo. Posteriormente se realiza la descomposición espectral de la matriz  $R$  para obtener sus eigen-valores y sus eigen-vectores. A partir de éstos se obtienen los componentes principales, de los cuales se seleccionan aquellos cuyo porcentaje de variabilidad explicado acumulado es igual o superior al 90 %.

Después, para obtener las variables representativas de los componentes elegidos, se aplica un criterio de selección a partir de un porcentaje acumulado, éste consiste en ordenar de mayor a menor los coeficientes de cada variable de la componente principal seleccionada, se calcula el porcentaje individual de cada variable en función de su coeficiente, en donde éste representa la variabilidad.

Al final, se realiza la suma de todos los porcentajes individuales hasta llegar a un valor acumulado igual o mayor a una cota establecida. Para estas pruebas se estableció una cota empírica del 90 %, el cual es un porcentaje adecuado que permitió una reducción significativa de los componentes de los vectores característicos.

Para el análisis realizado en este trabajo, se requirieron 65 variables para alcanzar la cota establecida del 90 %, por lo que éstas se seleccionan para formar el nuevo vector característico de dimensión  $\mathbb{R}^{65}$ .

#### 4.6. Reconocimiento

Una vez almacenados todos los vectores en una base de datos con sus respectivas etiquetas por clases, se prosigue a realizar el proceso de reconocimiento mediante el uso de diferentes algoritmos como K-Nearest Neighbor (KNN), Naïve Bayes y la Red Neuronal Artificial (RNA) FeedForward con su entrenamiento por backpropagation, así como el uso de la validación cruzada para comparar el desempeño de cada algoritmo [23], en donde se realizaron 10 particiones ( $K$ -folds) para la selección de las muestras para su entrenamiento y recuperación.

Las pruebas de reconocimiento se realizaron para dos bases de datos, la primera de dimensión  $\mathbb{R}^{144}$  y la segunda, su versión reducida por el ACP, de dimensión  $\mathbb{R}^{65}$ .

### 5. Resultados

A continuación se muestran los resultados obtenidos para las dos bases de datos. Como se mencionó en la sección anterior, se utilizó la validación cruzada para seleccionar las muestras de entrenamiento y recuperación para los algoritmos implementados, donde se utilizó un valor incremental de  $K$ -folds empezando con 2 y terminando con 10. Despues de realizar diversas pruebas en ambas bases de datos con los algoritmos de reconocimiento de patrones, se establecieron los mejores parámetros: en la base de datos original, para KNN  $K=1$ , para la RNA FeedForward  $\alpha=0.6$ , 1 capa con 144 entradas, 1 capa oculta con 144 neuronas y 1 capa de salida con 8 neuronas. En la base de datos reducida por ACP, para KNN  $K=1$ , para la RNA FeedForward  $\alpha=0.6$ , 1 capa con 65 entradas, 1 capa oculta con 65 neuronas y 1 capa de salida con 8 neuronas. En la Tabla 1, se muestran los resultados de exactitud para cada  $K$ -fold de la validación cruzada en la base de datos original, así como la exactitud promedio.

**Tabla 1.** Porcentajes de exactitud para la base de datos original.

<b>K-Fold</b>	<b>KNN</b>	<b>Naïve Bayes</b>	<b>RNA</b>
2	74.5 %	89.28 %	85.05 %
3	82.33 %	95.0 %	84.66 %
4	88.5 %	96.87 %	89.79 %
5	87.4 %	95.0 %	87.98 %
6	95.83 %	94.79 %	87.0 %
7	94.57 %	97.32 %	94.52 %
8	93.75 %	93.75 %	90.99 %
9	94.44 %	95.83 %	91.99 %
10	97.5 %	95.0 %	91.95 %
<b>Exactitud promedio</b>		89.86 %	94.76 %
			89.32 %

En la Tabla 2, se muestran los resultados de exactitud obtenidos para la segunda base de datos reducida por ACP y su exactitud promedio.

**Tabla 2.** Porcentajes de exactitud para la base de datos reducida por ACP.

<b>K-Fold</b>	<b>KNN</b>	<b>Naïve Bayes</b>	<b>RNA</b>
2	77.5 %	84.82 %	84.53 %
3	78.66 %	90.0 %	91.89 %
4	91.5 %	91.66 %	88.08 %
5	86.6 %	93.33 %	88.09 %
6	95.83 %	94.79 %	91.93 %
7	95.42 %	96.25 %	87.22 %
8	93.75 %	92.18 %	92.12 %
9	93.0 %	94.44 %	94.52 %
10	97.5 %	96.42 %	95 %
<b>Exactitud promedio</b>		89.97 %	92.65 %
			88.66 %

## 6. Conclusiones

En este trabajo se muestra que es posible realizar reconocimiento de objetos 3D bajo rotación a través del análisis de la deformación de las líneas de luz, sin necesidad de realizar una reconstrucción tridimensional. El ACP redujo significativamente la dimensionalidad del vector característico de un espacio en  $\mathbb{R}^{144}$  a  $\mathbb{R}^{65}$ , facilitando su procesamiento computacional. Los promedios del porcentaje de exactitud en ambas bases de datos fueron similares, asegurando que el vector característico reducido puede describir correctamente el objeto. Para esta serie de pruebas de reconocimiento de patrones, todos los algoritmos implementados obtuvieron un porcentaje de exactitud promedio superior al 88 %, de los cuales, el clasificador Naïve Bayes fue el de mejor desempeño, obteniendo una exactitud promedio de 94.76 % en la base de datos original

y 92.65 % en la base de datos reducida por el ACP.

**Agradecimientos.** Los autores agradecen a CONACYT y DGEST por los apoyos proporcionados para la realización de esta investigación.

## Referencias

1. R. Gonzalez, R. Woods: Digital image processing, 2nd edition, Prentice Hall, pages 643-750, 2002.
2. R. Pinto, H. Sossa: Automatic 2-D and 3-D object localization on images, Computación y sistemas, Número especial, pages 26-34, CIC-IPN. ISSN 1405-5546, 2002.
3. A. Patiño, D. Miranda, J. Meneses: Scanner 3D de objetos a 360° de observación, revista colombiana de física, Vol. 35, No.1. 2003.
4. B. Javidi and E. Tajahuerce: Three-dimensional object recognition by use of digital holography, Opt. Lett. 25, 610-612 (2000)
5. Y. Wang, Y. Lia, J. Zhoua, J. Zhanga, J. Fang: A non-encoding structured light approach with infrared illumination for 3D large field shape measurement, Optics and Laser Technology, Vol. 49, pages 28-32, 2013.
6. F. Samadzadegana, A. Azizia, M. Hahnb, C. Lucasa: Automatic 3D object recognition and reconstruction based on neuro-fuzzy modelling, ISPRS Journal of Photogrammetry and Remote Sensing, Volume 59, Issue 5, Pages 255–277, 2005
7. M. Brown: Unsupervised 3D object recognition and reconstruction in unordered datasets, 3-D Digital Imaging and Modeling 2005, Fifth International Conference on 3-D Digital Imaging and Modeling (3DIM'05), pages 56-63
8. F. Rothganger: 3D object modeling and recognition using affine-invariant patches and multi-view spatial constraints, Computer Vision and Pattern Recognition, Vol. 2, pages II- 272-7, 2003.
9. J. Salvi, S. Fernandez, T. Pribanic, X. Lladó: A state of the art in structured light patterns for surface profilometry, Pattern Recognition 43(8): 2666-2680, 2010.
10. A. E. Johnson, M. Hebert: Using Spin Images for Efficient Object Recognition in Cluttered 3D Scenes. IEEE Trans. Pattern Anal. Mach. Intell. 21(5): 433-449, 1999.
11. A. Frome, D. Huber, R. Kolluri, T. Bülow, J. Malik: Recognizing Objects in Range Data Using Regional Point Descriptors, ECCV, 2004.
12. J. Tangelder, R. C. Veltkamp: A Survey of Content Based 3D Shape Retrieval Methods, Proceedings of the Shape Modeling International 2004 (SMI'04).
13. N. Otsu: A threshold selection method from gray-level histograms. Automatica, 11:285–296, 1975.
14. H. Sossa: Rasgos descriptores para el reconocimiento de objetos, Ciencia de la computación, CIC IPN, pages 10–29, México 2002.
15. M.K. Hu: Visual pattern recognition by moment invariants, IRE Transactions on information theory, 8(2) pages 179–187, 1962.
16. E. Bibriesca: Measuring 2-D Shape Compactness Using the contact perimeter, Computer Math Applic. Vol. 33, No. 11, pages 1-9, 1997.
17. R. Santiago: Descriptores de Regiones Binarias en Z2 y Z3, Basados en el Concepto de Compacidad, IIMAS, Universidad Nacional Autónoma de México, Tesis doctoral, México, 2008.
18. M. Friedman, A. Kandel: Introduction to pattern recognition, World Scientific, Volume: 32, pages 65–106, 1999.
19. R. Rojas: Neural Networks: A Systematic Introduction, Springer, pages 151-155, 1996.

20. J. Espinal, M. Ornelas: Comparación de diferentes métodos usados en la obtención de la posición de una línea de luz para reconstrucción 3D, Memoria del VI taller-escuela de procesamiento de imágenes PI 2009, México.
21. Daniel V. Hahn: Non-laser-based scanner for three-dimensional digitization of historical artifacts, *Applied Optics*, Volume 46, No. 15, 2007.
22. Jolliffe I.T: *Principal Component Analysis*, Springer Series in Statistics, 2nd ed., XXIX, page 487, ISBN 978-0-387-95442-4, NY, 2002.
23. Ron Kohavi: A study of cross-validation and Bootstrap for accuracy estimation and model selection, *International joint conference on artificial intelligence (IJCAI)*, 1995.